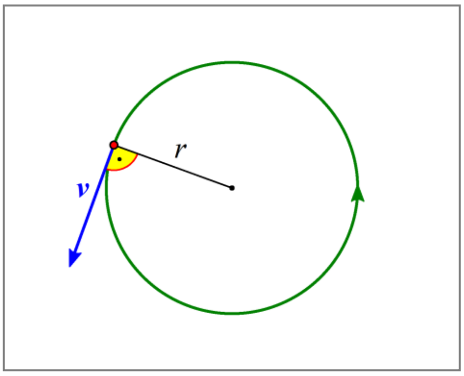
A körmozgás kinematikai leírása

Körmozgásnak nevezzük az olyan mozgásokat, amelyeknél a pálya kör. Körmozgást végez például a kerékpárszelep a vázhoz viszonyítva, a körpályán haladó játék mozdony vagy a Föld körül keringő Nemzetközi Űrállomás. A körmozgás leírásához szükség van néhány további fizikai mennyiség bevezetésére, ebben a fejezetben ezeket értelmezzük.



A körmozgást végző test sebességét kerületi sebességnek nevezzük. A kerületi sebesség jele szintén ***v***. Korábban, a pillanatnyi sebességgel kapcsolatban láttuk, hogy a pillanatnyi sebesség mindig érintőirányú. Mivel a kör érintője merőleges a sugárra, ezért a kerületi sebesség is merőleges a testhez húzott sugárra.

A test által megtett fordulatok számának és az ehhez szükséges időnek a hányadosával meghatározott fizikai mennyiséget átlagfordulatszámnak nevezzük. Az átlagfordulatszám jele: $\bar{f}$. Ha a Δt időtartam alatt megtett fordulatok számát z-vel jelöljük, akkor az átlagfordulatszám:

$$\bar{f} = \frac{z}{\Delta t}$$

Az átlagfordulatszám SI-mértékegysége:

$$[\bar{f}] = \frac{[z]}{[\Delta t]} = \frac{1}{\mathrm{s}} \text{ (egy per másodperc).}$$

A fordulatszám másik, de nem SI-mértékegysége az $\frac{1}{\mathrm{min}}$ (egy per perc), a műszaki gyakorlatban gyakran ezt használják.

A két mértékegység közti kapcsolat egyszerűen meghatározható:

$$1\ \frac{1}{\mathrm{s}} = \frac{60}{60}\ \frac{1}{\mathrm{s}} = 60 \cdot \frac{1}{60\ \mathrm{s}} = 60\ \frac{1}{\mathrm{min}},$$

tehát:

$$1\ \frac{1}{\mathrm{s}} = 60\ \frac{1}{\mathrm{min}}.$$

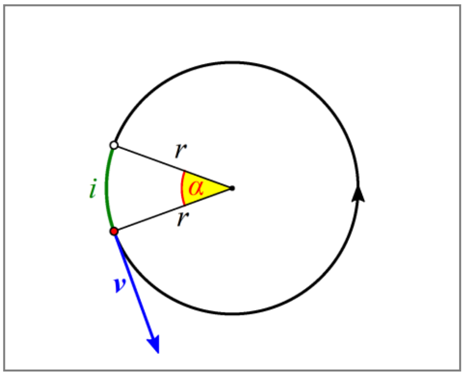
Mindkét mértékegységet felírhatjuk negatív hatványkitevők alkalmazásával s^{-1}, illetve min^{-1} alakban is.

Az elképzelhető legrövidebb időtartamhoz tartozó átlagfordulatszámot pillanatnyi fordulatszámnak nevezzük. A pillanatnyi fordulatszámot gyakran röviden csak fordulatszámnak nevezzük. A fordulatszám jele: f, mértékegysége megegyezik az átlagfordulatszám egységével:

$$[f] = [\bar{f}] = \frac{1}{\mathrm{s}}.$$

Körmozgás során, miközben a test egy fordulatot tesz, a testhez húzott sugár is egyszer körbefordul. *A testhez húzott sugár szögelfordulásának és az ehhez szükséges időnek a hányadosával meghatározott fizikai mennyiséget átlagszögsebességnek nevezzük.* Az átlagszögsebesség jele: $\bar{\omega}$. (Az ω a görög ábécé utolsó betűje, neve ómega.) Ha a Δt időtartam alatt bekövetkező szögelfordulást α-val jelöljük, akkor az átlagszögsebesség:

$$\bar{\omega} = \frac{\alpha}{\Delta t}.$$



A fizikában az SI előírásai szerint a szöget a körív hosszának és sugarának hányadosaként értelmezzük, azaz:

$$\alpha = \frac{i}{r}\,. \qquad (1)$$

Ennek megfelelően a szög SI-egysége, a *radián*, két hosszúságegység hányadosa, ezért:

$$[\alpha] = \frac{[i]}{[r]} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}} = 1\,.$$

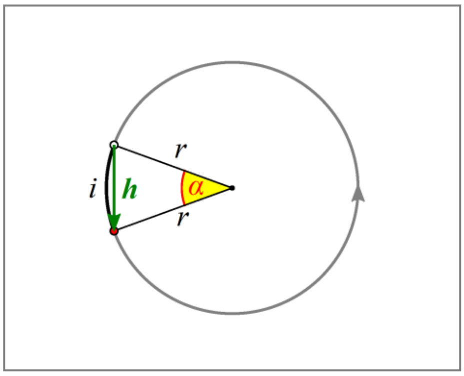
Ezt felhasználva az átlagszögsebesség SI-mértékegysége a szög és az idő mértékegységének a hányadosa, azaz:

$$[\overline{\omega}] = \frac{[\alpha]}{[\Delta t]} = \frac{1}{\mathrm{s}}.$$

Az elképzelhető legrövidebb időtartamhoz tartozó átlagszögsebességet pillanatnyi szögsebességnek nevezzük. A pillanatnyi szögsebességet röviden szögsebességnek nevezzük. A szögsebesség jele: ω, SI-egysége:

$$[\omega] = [\overline{\omega}] = \frac{1}{\mathrm{s}}.$$

A kerületi sebesség és a szögsebesség szorosan összefügg egymással. A köztük levő kapcsolat meghatározásához tekintsünk egy r sugarú körpályán mozgó testet, amely egy rövid Δt idő alatt i utat tett meg, miközben a szögelfordulás α volt. A test átlagsebességének és átlagszögsebességének nagysága ugyanezen idő alatt:



$$\bar{v} = \frac{h}{\Delta t} \quad \text{és} \quad \overline{\omega} = \frac{\alpha}{\Delta t}.$$

Osszuk el az első egyenletet a másodikkal!

$$\frac{\bar{v}}{\overline{\omega}} = \frac{h}{\alpha}.$$

Ha a Δt időtartamot a lehető legkisebbre választjuk, akkor a bal oldalon az átlagértékek helyett a pillanatnyi értékeket írhatjuk. Ugyanakkor ilyen rövid elmozdulásoknál az elmozdulás ($\boldsymbol{h}$) és az út (i) gyakorlatilag egybeesik, ezért hosszúságuk ugyanakkora. Mindezek alapján:

$$\frac{v}{\omega} = \frac{i}{\alpha}.$$

Az (1) összefüggésből az ívhosszúság kifejezhető $i = \alpha \cdot r$ alakban. Ezt az előző képletbe helyettesítve:

$$\frac{v}{\omega} = \frac{i}{\alpha} = \frac{\alpha \cdot r}{\alpha} = r,$$

azaz

$$\frac{v}{\omega} = r.$$

Mivel a körpálya sugara állandó, *a kerületi sebesség nagysága és a szögsebesség egyenesen arányos egymással*. Az előző összefüggésből a kerületi sebesség nagysága:

$$v = r \cdot \omega \qquad (2)$$

A szögsebesség és a fordulatszám szintén összefügg egymással. A köztük fennálló kapcsolat meghatározásához tekintsünk egy r sugarú körpályán mozgó testet, amelynek egy rövid Δt idő alatt bekövetkező szögelfordulása α volt. A test átlagszögsebessége és átlagfordulatszáma ugyanezen idő alatt:

$$\bar{\omega} = \frac{\alpha}{\Delta t} \qquad \text{és} \qquad \bar{f} = \frac{z}{\Delta t}.$$

Osszuk el az első egyenletet a másodikkal!

$$\frac{\bar{\omega}}{\bar{f}} = \frac{\alpha}{z}.$$

Mivel egy teljes fordulat alatt a szögelfordulás 2π (radiánban mérve), ezért a z fordulathoz tartozó szögelfordulás $\alpha = z \cdot 2\pi$. Ezt az előző egyenletbe írva:

$$\frac{\bar{\omega}}{\bar{f}} = \frac{\alpha}{z} = \frac{z \cdot 2\pi}{z} = 2\pi\ .$$

azaz

$$\frac{\bar{\omega}}{\bar{f}} = 2\pi\ .$$

Ha a Δt időtartamot a lehető legkisebbre választjuk, akkor a bal oldalon az átlagértékek helyett a pillanatnyi értékeket írhatjuk, azaz:

$$\frac{\omega}{f} = 2\pi.$$

A jobb oldalon álló érték állandó, ezért a bal oldalon álló két mennyiség hányadosa is állandó. Ez azt jelenti, hogy *a szögsebesség és a fordulatszám egyenesen arányos egymással.* A fenti összefüggésből a szögsebesség:

$$\omega = 2\pi \cdot f \qquad (3)$$

A korábban kapott $v = r \cdot \omega$ képletbe a most kapott összefüggést behelyettesítve a következőket kapjuk:

$$v = r \cdot \omega = r \cdot 2\pi \cdot f,$$

azaz

$$v = 2\pi \cdot r \cdot f.$$

Ezek szerint *a kerületi sebesség nagysága és a fordulatszám egyenesen arányos egymással*, mivel hányadosuk állandó. Az előző képlet átalakításával ugyanis:

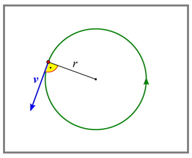
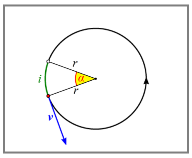
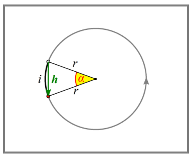
$$\frac{v}{f} = 2\pi \cdot r = \text{állandó}.$$

Kiegészítés

1. A kiterjedt (azaz nem pontszerű) szilárd testek gyakran egy tengely körül foroghatnak. *A forgómozgást végző test minden pontja körmozgást végez.* Adott idő alatt a test minden pontja ugyanannyi fordulatot tesz meg, ezért minden pont fordulatszáma megegyezik egymással. Például a felfordított kerékpár megpörgetett kerekén minden pont fordulatszáma ugyanakkora.

2. A műszaki gyakorlatban a fordulatszám mértékegységeként általában a min^{-1} használatos. Ezt az angol „*revolutions per minute*” (fordulat per perc) kifejezés alapján gyakran „r/min” vagy „rpm” formában is rövidítik. Többnyire ezek egyike látható a gépkocsik fordulatszámmérő műszerén is.

3. Képek jegyzéke

	**A kerületi sebesség iránya** © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0074.svg
	**A szögsebesség értelmezése** © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0075.svg
	**A szögsebesség és a kerületi sebesség kapcsolatához** © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0076.svg
	**Kerékpár kerekének forgómozgása** © http://fizkapu.hu/fizfoto/fotok/fizf0009.jpg
	**Egy gépkocsi fordulatszámmérője** W https://commons.wikimedia.org/wiki/File:GA16-DE_Sunny_redline_cut-off.JPG

Jelmagyarázat:

© **Jogvédett anyag**, felhasználása csak a szerző (és az egyéb jogtulajdonosok) írásos engedélyével.

W A ***Wikimedia Commons***-ból származó kép, felhasználása az eredeti kép leírásának megfelelően.