

◀	<i>Tartalom</i>	<i>Fogalmak</i>	<i>Törvények</i>	<i>Képletek</i>	<i>Lexikon</i>	▶
---	-----------------	-----------------	------------------	-----------------	----------------	---

## A pontszerű testre ható erők együttes hatása

Egy pontszerű test általában egyszerre több olyan kölcsönhatásban is részt vesz, amelyek mozgásállapot-változást okoznak. *Az egyszerre több kölcsönhatásban részt vevő test tömegének és gyorsulásának szorzatával meghatározott fizikai mennyiséget **eredő erőnek** nevezzük.* Jele:  $F_e$ .

$$F_e = m \cdot a.$$

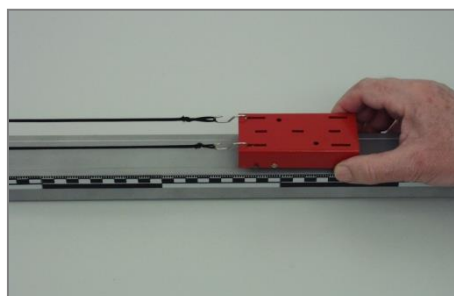
Az eredő erő szintén **vektormennyiség**, iránya megegyezik a gyorsulás irányával. Az eredő erő SI-mértékegysége megegyezik az erő SI-mértékegységével:

$$[F_e] = \text{newton} = \text{N}.$$

Az eredő erővel a testre egyidejűleg ható kölcsönhatások összességét jellemezhetjük. Ha az egyes kölcsönhatások külön-külön lépnének fel, akkor mindegyik kölcsönhatást egy-egy erővel jellemezhetnénk. Vizsgáljuk meg, milyen kapcsolat van az eredő erő és az egyes kölcsönhatásokból származó erők között!

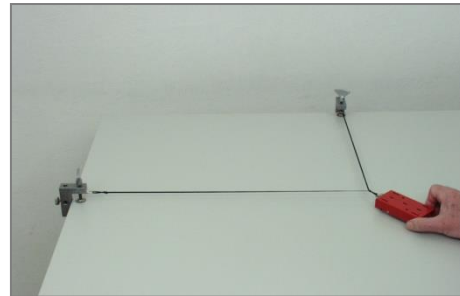
Egy 0,1 kg tömegű kiskocsit egymást követően két különböző gumiszállal gyorsítottunk, majd a kísérletet a két összefogott gumiszállal is megismételtük. A gumiszálak megnyúlása mindhárom mérésnél azonos volt. Mindhárom esetben megmértük a kocsni gyorsulását közvetlenül az indulás után. Ennek ismeretében az  $F = m \cdot a$  összefüggés alapján meghatároztuk a kocsira ható erő nagyságát is. A mért gyorsulásokat és az azok alapján kiszámított erőket a táblázat tartalmazza.

	Gumiszál		
	1.	2.	Együtt
$a \text{ (m/s}^2\text{)}$	12	16	28
$F \text{ (N)}$	1,2	1,6	2,8



A méréseket megismételtük úgy is, hogy a két gumiszál egymásra merőleges volt. Ebben az esetben akkor a 0,1 kg tömegű kocsí gyorsulásai, illetve az ezekből kiszámított erők a következők voltak:

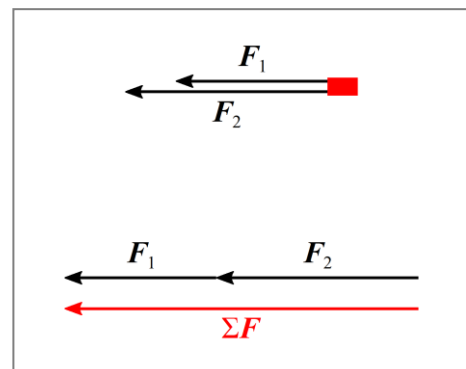
	Gumiszál		
	1.	2.	Együtt
$a$ (m/s <sup>2</sup> )	12	16	20
$F$ (N)	1,2	1,6	2,0



Eszerint a gumiszálak által kifejtett 1,2 N illetve 1,6 N nagyságú két erő eredője az első kísérletnél 2,8 N, a másodiknál 2 N nagyságú volt. Ez azt jelenti, hogy a gumiszálak által együttesen kifejtett eredő erő megegyezett a szálak által külön-külön kifejtett erők **vektori összegével**.

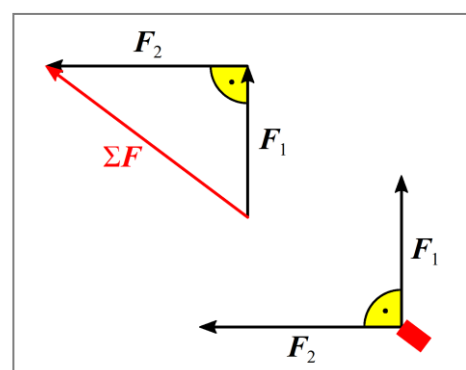
Az első alkalommal ugyanis a két erő iránya megegyezett, így a vektori összegük nagysága ( $\Sigma F$ ) egyszerű összeadással meghatározható:

$$\Sigma F = F_1 + F_2 = 1,2 \text{ N} + 1,6 \text{ N} = 2,8 \text{ N}.$$



A második esetben a két erő merőleges volt egymásra, így a vektori összegük nagysága a rajz alapján, Pitagorasz tételének segítségével számítható ki:

$$\Sigma F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{(1,2 \text{ N})^2 + (1,6 \text{ N})^2} = 2 \text{ N}.$$



További tapasztalatok és mérések is azt igazolják, hogy az egyes kölcsönhatások egymástól függetlenek, és együttes hatásuk olyan, mintha a testre csupán az egyes kölcsönhatásokat jellemző erők vektori összege hatna.

Ezek alapján megfogalmazható az *erők zavartalan összegződésének elve*: A pontszerű testre egyidejűleg ható erők eredője megegyezik az egyes kölcsönhatásokból származó erők vektori összegével.

$$\mathbf{F}_e = \Sigma \mathbf{F}.$$

Az erők zavartalan összegződésének az elvét *Newton IV. törvényének* is nevezik.

Az eredő erő definíciójából és az erők zavartalan összegződésének elvéből kiindulva egy további fontos összefüggés vezethető le:

$$\mathbf{F}_e = m \cdot \mathbf{a},$$

$$\mathbf{F}_e = \Sigma \mathbf{F}.$$

A két egyenlet összehasonlításából adódik a *dinamika alapegyenlete*:

$$\Sigma \mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}.$$

A pontszerű testre ható erők vektori összege megegyezik a test tömegének és gyorsulásának szorzatával.

A dinamika alapegyenletét alapvetően két célra lehet felhasználni. Egyrészt kölcsönhatások egy-egy csoportjánál a tömeg és gyorsulás mérése alapján következtethetünk a kölcsönhatásokat jellemző erőre. Ilyen vizsgálatok során az adott kölcsönhatást leíró erőtvénnyt határozhatjuk meg. Ezekben az esetekben más kölcsönhatások befolyását célszerű kiküszöbölni, hogy a kapott erőtvénny valóban csak a vizsgált kölcsönhatást jellemezze, és ne több kölcsönhatás együttesét.

A dinamika alapegyenletének másik alkalmazási módja, hogy a pontszerű testre ható erők ismeretében meghatározzuk a test mozgását. Legegyszerűbben a test gyorsulása határozható meg az

$$\mathbf{a} = \frac{\Sigma \mathbf{F}}{m}$$

összefüggés alapján. A gyorsulás, továbbá a kezdeti feltételek (kezdősebesség és kiindulási hely) ismeretében ezután a test helye és sebessége általában bármely tetszőleges időpontban kiszámítható. (Ez a számítás gyakran a középiskolai tananyagot túlmutató matematikai ismereteket igényel.)

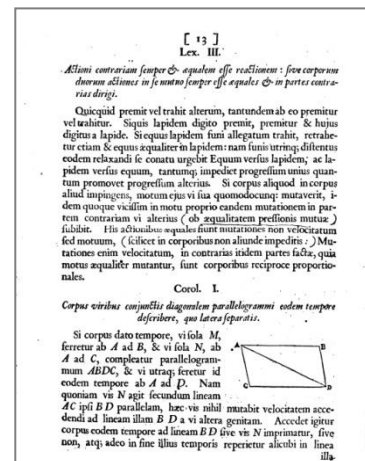
## Kiegészítés

1. A gumiszálakkal és a kiskocsival végzett mérések adataiból mi csak az erők vektori összegének nagyságát számítottuk ki. Trigonometriai ismeretek felhasználásával az erők vektori összegének *iránya* is meghatározható. Például a második mérésnél az  $F_1$  és  $\Sigma F$  erők közti  $\alpha$  hegyesszögre:

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{F_1}{F_2} = \frac{1,2 \text{ N}}{1,6 \text{ N}} = 0,75 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 53,1^\circ.$$



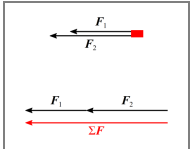
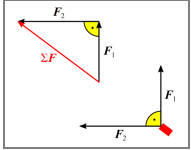

Mérésekkel igazolható, hogy az eredő erő ugyanilyen irányú. További megfigyelések is azt igazolják, hogy a vektori összeg iránya minden esetben megegyezik az eredő erő irányával.

2. Az erők zavartalan összegződésének elve Newton Principia című könyvében I. származékos tétel néven, kissé más formában szerepel: „*Két erő együttes hatására a test egy paralelogramma átlója mentén mozog ugyanannyi ideig, mint ameddig az erők külön előidézett hatására az oldalak mentén.*” (Heinrich László fordítása.) A képen Newton III. törvénye (Lex III.) és az I. származékos tétel (Corol. I.) látható a Principia 1687-es kiadásában.



3. Az eredő erő általában *nem egy ténylegesen fellépő kölcsönhatás jellemzője*, hiszen gyakran nincs is az eredő erő irányában egy másik test, amely az eredő erőt kifejthetné. (Ez a helyzet például akkor, amikor a kiskocsit két egymásra merőleges gumiszállal gyorsítjuk.) Az eredő erővel az erőrendszer együttes gyorsítóhatása helyettesíthető. Ha a testre csak az eredő erő hatna, ugyanúgy gyorsulna, mintha az erőrendszer minden tagja egyszerre hatna a testre.

## Képek jegyzéke

	<p><b>Kiskocsi gyorsítása két párhuzamos gumiszállal</b>          © <a href="http://www.fizkapu.hu/fizfoto/fotok/fizf0027.jpg">http://www.fizkapu.hu/fizfoto/fotok/fizf0027.jpg</a></p>
	<p><b>Kiskocsi gyorsítása két merőleges gumiszállal</b>          © <a href="http://www.fizkapu.hu/fizfoto/fotok/fizf0028.jpg">http://www.fizkapu.hu/fizfoto/fotok/fizf0028.jpg</a></p>
	<p><b>Azonos irányú erők összegzése</b>          © <a href="http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0112.svg">http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0112.svg</a></p>
	<p><b>Merőleges erők összegzése</b>          © <a href="http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0113.svg">http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0113.svg</a></p>
	<p><b>Newton III. törvénye és az I. származékos tétel a Principiában</b>          © <a href="https://books.google.hu/books?id=-3RXspUecy4C&amp;hl=hu&amp;pg=PA13#">https://books.google.hu/books?id=-3RXspUecy4C&amp;hl=hu&amp;pg=PA13#</a></p>

### Jelmagyarázat:

- © **Jogvéde**tt anyag, felhasználása csak a szerző (és az egyéb jogtulajdonosok) írásos engedélyével.
- W A **Wikimedia Commons**-ból származó kép, felhasználása az eredeti kép leírásának megfelelően.