

◀	<i>Tartalom</i>	<i>Fogalmak</i>	<i>Törvények</i>	<i>Képletek</i>	<i>Lexikon</i>	▶
---	-----------------	-----------------	------------------	-----------------	----------------	---

Az ideális gáz állapotegyenlete

Eddig a gázok olyan állapotváltozásait vizsgáltuk, amelyeknél vagy a hőmérséklet, vagy a nyomás, vagy a térfogat állandó volt. Vannak azonban olyan folyamatok is, amelyeknél a gáz mindhárom állapotváltozója megváltozik. Most olyan összefüggést keresünk, amely tetszőleges folyamatnál is megadja az állapotváltozók kapcsolatát.

Jelölje egy tetszőleges folyamatnál a gáz nyomását, térfogatát és hőmérsékletét a kiindulási állapotban p_1, V_1, T_1 ! A végállapotban jelöljük a térfogatát V_2 -vel, hőmérsékletét T_2 -vel! Határozzuk meg, hogy ebben az állapotban mekkora lesz a gáz p_2 -vel jelölt nyomása!

Ehhez végezzünk el gondolatban egy kísérletet! Először egy *izoterm* folyamattal módosítsuk a gáz térfogatát V_1 -ről V_2 -re. Eközben a nyomás is megváltozik, a folyamat végén jelölje a nyomást p_x ! Ebből a Boyle–Mariotte-törvény alapján a p_x nyomás meghatározható:

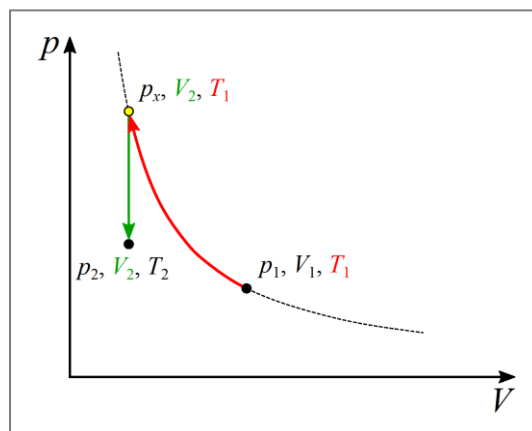
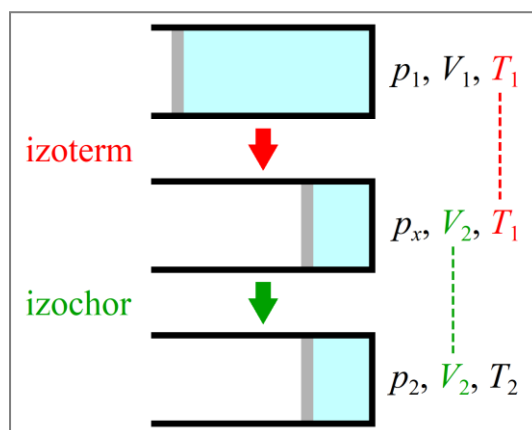
$$p_x \cdot V_2 = p_1 \cdot V_1,$$

$$p_x = p_1 \cdot \frac{V_1}{V_2}.$$

Ebből a közbülső (p_x, V_2, T_1) állapotból kiindulva *izochor* folyamatban változtassuk meg a gáz hőmérsékletét T_1 -ről T_2 -re! Eközben a gáz nyomása p_x -ről p_2 -re módosul. Erre a folyamatra Gay-Lussac II. törvényét alkalmazva a gáz p_2 nyomása meghatározható:

$$\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_x}{T_1},$$

$$p_2 = p_x \cdot \frac{T_2}{T_1}.$$



A p_x -re kapott előbbi összefüggés alapján:

$$p_2 = p_1 \cdot \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{T_2}{T_1}.$$

(Levezethető, illetve mérésekkel is igazolható, hogy p_2 értékére ugyanezt az eredményt kapjuk akkor is, ha a gáz valamilyen más folyamat során jut el a kiindulási állapotból a végállapotba.) Az előbb kapott összefüggést átrendezve:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}.$$

Eszerint: *A gáz bármely állapotváltozása során a nyomás és térfogat szorzatának, valamint a hőmérsékletnek a hányadosa állandó.* Ezt az összefüggést *egyesített gáztörvénynek* nevezzük.

Írjuk fel az egyesített gáztörvényt egy olyan folyamatra, amelyben a gáz *normálállapotból* valamilyen tetszőleges végállapotba (p, V, T) jut el!

$$\frac{p \cdot V}{T} = \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0}.$$

A moláris térfogat definíciójából a V_0 térfogat kifejezhető: $V_0 = n \cdot V_{m,0}$. Ezt behelyettesítve

$$\frac{p \cdot V}{T} = \frac{p_0 \cdot n \cdot V_{m,0}}{T_0}.$$

$$\frac{p \cdot V}{T} = n \cdot \frac{p_0 \cdot V_{m,0}}{T_0}. \quad (1)$$

A jobb oldali törtben szereplő mennyiségek a folyamat közben nem változnak, tehát a tört értéke állandó. Ezt az állandót *moláris gázállandónak* nevezzük, jele: R . Képlettel:

$$R = \frac{p_0 \cdot V_{m,0}}{T_0}.$$

A moláris gázállandó értéke:

$$R = \frac{p_0 \cdot V_{m,0}}{T_0} = \frac{101\,325 \text{ Pa} \cdot 0,0224 \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}}{273 \text{ K}} \approx 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}.$$

A moláris gázállandót a (1) egyenletbe beírva:

$$\frac{p \cdot V}{T} = n \cdot R.$$

A kapott összefüggést a gáz *állapotegyenletének* nevezzük. Az állapotegyenlet másik, szokásos alakja (amelyből bármelyik mennyiség egy lépésben kifejezhető.):

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T.$$

Eszerint a gáz *tetszőleges állapotában a nyomás és térfogat szorzata megegyezik, az anyagmennyiség, a moláris gázállandó és a hőmérséklet szorzatával.*

Az állapotegyenletet átírhatjuk olyan alakra is, hogy abban *az anyagmennyiség helyett a részecskeszám* szerepeljen. Az állapotegyenletben található $n \cdot R$ szorzatot átalakítva:

$$n \cdot R = \frac{N}{N_A} \cdot R = N \cdot \frac{R}{N_A}. \quad (2)$$

Az *egyetemes gázállandó és az Avogadro-állandó hányadosát Boltzmann-állandónak* nevezzük. Jele k , képlettel:

$$k = \frac{R}{N_A}.$$

A Boltzmann-állandó értéke eszerint:

$$k = \frac{R}{N_A} = \frac{8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}}{6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}} \approx 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}.$$

A (2) összefüggés jobb oldalán a tört helyére a Boltzmann-állandót beírva:

$$n \cdot R = N \cdot k. \quad (3)$$

Ezt az összefüggést a továbbiakban is használni fogjuk, ha egy-egy összefüggésben az anyagmennyiség helyett a részecskeszámmal akarunk dolgozni. Ezt felhasználva a gázok állapotegyenlete:

$$\frac{p \cdot V}{T} = N \cdot k \quad \text{vagy} \quad p \cdot V = N \cdot k \cdot T.$$

Kiegészítések

1. Az egyesített gáztörvény és a gázok állapotegyenlete elvileg csak az ideális gázra érvényes. A mérések szerint azonban (nem túl nagy nyomáson és nem túl alacsony hőmérsékleten) a gyakorlatban a valóságos gázoknál is használhatók. Pontosabb eredményekhez az ideális gáznál bonyolultabb modellt kellene használni.
2. Az egyesített gáztörvény levezetése során láhattuk, hogy a gáz nyomása a végállapotban:

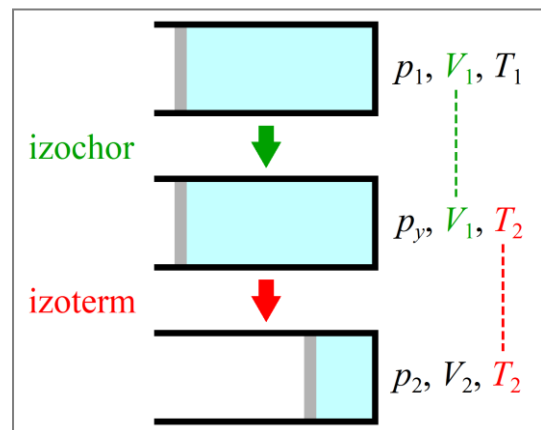
$$p_2 = p_1 \cdot \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{T_2}{T_1}.$$

Ugyanezt az eredményt kapjuk akkor is, ha a gáz valamilyen más folyamatban jut el a végállapotba. Nézzünk két további példát erre!

a) Ha például a gáz hőmérsékletét először egy *izochor* folyamat során T_1 -ről T_2 -re módosítjuk, miközben a nyomás valamilyen p_y értékű lesz, akkor Gay-Lussac II. törvénye alapján:

$$\frac{p_y}{T_2} = \frac{p_1}{T_1}$$

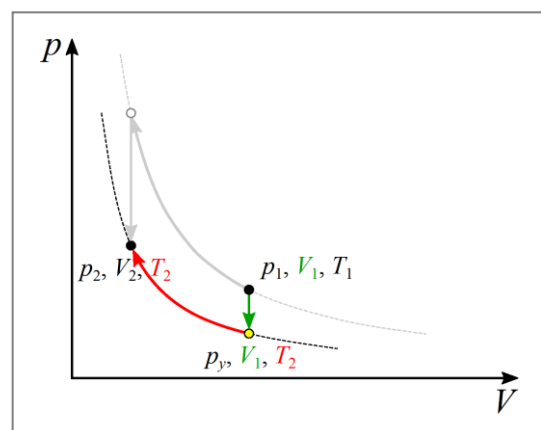
$$p_y = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1}$$



Ebből a közbülső (p_y, V_1, T_2) állapotból kiindulva *izoterm* folyamatban változtassuk meg a gáz térfogatát V_1 -ről V_2 -re! Eközben a gáz nyomása p_y -ről p_2 -re módosul, így a Boyle–Mariotte törvény alapján:

$$p_2 \cdot V_2 = p_y \cdot V_1,$$

$$p_2 = p_y \cdot \frac{V_1}{V_2} = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{V_1}{V_2} = p_1 \cdot \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{T_2}{T_1}.$$



Látható, hogy ugyan a gáz most más állapotváltozásokon ment át, de a p_2 nyomásra most is ugyanakkora érték adódott.

b) A második példában a gáz térfogatát először egy *izobár* folyamat során V_1 -ről V_2 -re módosítjuk, miközben a hőmérséklet valamilyen T_z értékű lesz, akkor Gay-Lussac I. törvénye alapján:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_z},$$

$$T_z = \frac{V_2}{V_1} \cdot T_1,$$

Ebből a közbülső (p_1, V_2, T_z) állapotból kiindulva *izochor* folyamatban változtassuk meg a gáz nyomását p_1 -ről p_2 -re! Eközben a gáz hőmérséklete T_z -ről T_2 -re módosul, így Gay-Lussac II. törvénye alapján:

$$\frac{p_1}{T_z} = \frac{p_2}{T_2},$$

$$p_2 = p_1 \cdot \frac{T_2}{T_z} = p_1 \cdot \frac{T_2}{\frac{V_2}{V_1} \cdot T_1} = p_1 \cdot \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{T_2}{T_1}.$$

Eszerint a p_2 nyomásra most is ugyanakkora érték adódott.

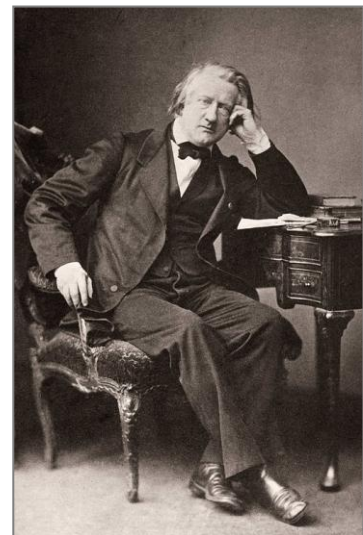
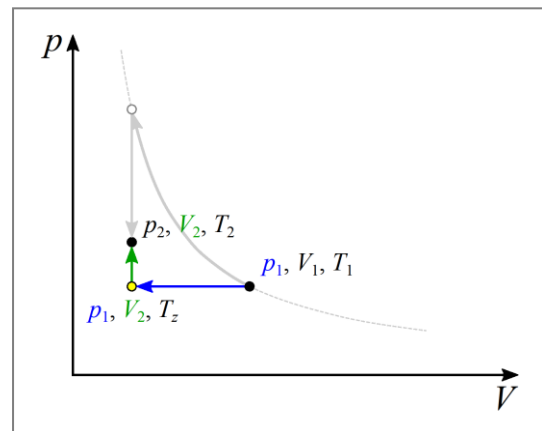
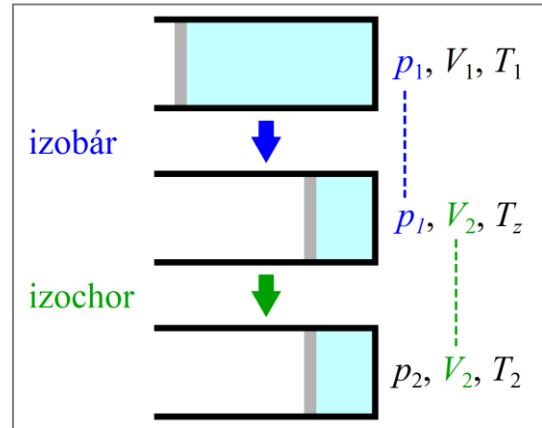
3. A moláris gázállandót *egyetemes gázállandónak*, illetve *univerzális gázállandónak* is nevezik. Az R jelölés Victor Regnault (1810–1878) francia mérnök-fizikus nevét őrzi, aki elsőként határozta meg pontos mérésekkel a moláris gázállandó értékét. Regnault 1861-től a Magyar Tudományos Akadémia tiszteleti tagja volt.

4. A moláris gázállandó értékének meghatározásakor a mértékegységekkel végzett műveletek részletesen:

$$\frac{\text{Pa} \cdot \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}}{\text{K}} = \frac{\text{Pa} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}} = \frac{\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot \text{m}^3}{\text{mol} \cdot \text{K}} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}.$$

Ebből érdemes a (számlálóban látható) részeredményt is megjegyezni:

$$\text{Pa} \cdot \text{m}^3 = \text{J}.$$



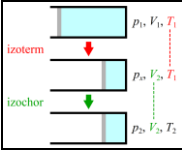
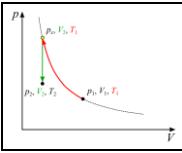
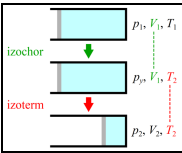
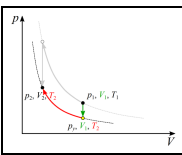
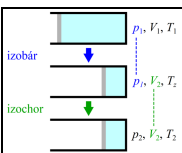
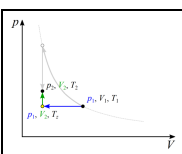


5. Ludvig *Boltzmann* (1844–1906) osztrák fizikus és matematikus volt. A gázokat atomok, illetve molekulák sokaságának tekintve, statisztikai módszerekkel sikerült megmagyaráznia a gázokra vonatkozó legfontosabb törvényeket. Boltzmann 1900-tól a Magyar Tudományos Akadémia tiszteleti tagja volt.



6. A *Boltzmann-állandó* az egyik olyan természeti állandó, amelynek segítségével 2019 óta az SI mértékegységeit meghatározzák. Definíció szerinti pontos értéke:

$$N_A \equiv 1,380\,649 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{mol}}.$$

Képek jegyzéke

	<p>Rajz az egyesített gáztörvény levezetéséhez 1. © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0249.svg</p>
	<p>Nyomás–térfogat grafikon az egyesített gáztörvény levezetéséhez 1. © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0250.svg</p>
	<p>Rajz az egyesített gáztörvény levezetéséhez 2. © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0251.svg</p>
	<p>Nyomás–térfogat grafikon az egyesített gáztörvény levezetéséhez 2. © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0252.svg</p>
	<p>Rajz az egyesített gáztörvény levezetéséhez 3. © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0253.svg</p>
	<p>Nyomás–térfogat grafikon az egyesített gáztörvény levezetéséhez 3. © http://www.fizikakonyv.hu/rajzok/0254.svg</p>
	<p>Victor Regnault arcképe W https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Henri_Victor_Regnault_1860s.jpg</p>
	<p>Ludwig Boltzmann arcképe W https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Boltzmann-Ludwig.jpg</p>

Jelmagyarázat:

© **Jogvéde**tt anyag, felhasználása csak a szerző (és az egyéb jogtulajdonosok) írásos engedélyével.

W A **Wikimedia Commons**-ból származó kép, felhasználása az eredeti kép leírásának megfelelően.

	<i>Tartalom</i>	<i>Fogalmak</i>	<i>Törvények</i>	<i>Képletek</i>	<i>Lexikon</i>	
---	-----------------	-----------------	------------------	-----------------	----------------	---