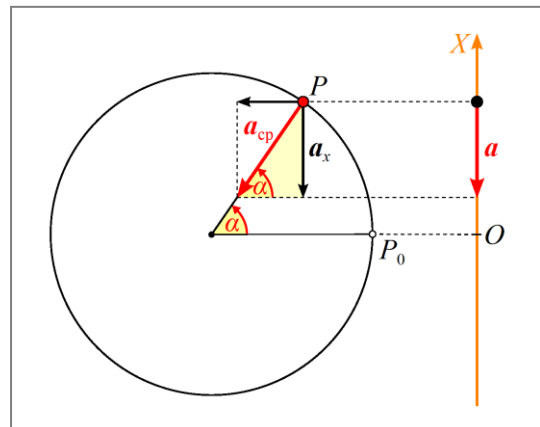


◀	<i>Tartalom</i>	<i>Fogalmak</i>	<i>Törvények</i>	<i>Képletek</i>	<i>Lexikon</i>	▶
---	-----------------	-----------------	------------------	-----------------	----------------	---

A rezgő test gyorsulása

A rezgőmozgás változó sebességű mozgás, ezért a rezgő test gyorsulása általában nem nullvektor. A következőkben megvizsgáljuk, hogyan függ a harmonikus rezgőmozgást végző test sebessége az időtől.

Jelölje a körpálya sugarát r , az egyenletes körmozgást végző test centripetális gyorsulását a_{cp} ! Az időmérést kezdjük attól a pillanattól, amelyben a test a P_0 pontban van! Azt a pontot, amelyen a test egy tetszőleges t időpontban áthalad, jelöljük P -vel! Ekkor a harmonikus rezgőmozgást végző test a gyorsulása az ábrán sárgával jelölt háromszög alapján:



$$a = a_x = -a_{cp} \cdot \sin \alpha . \tag{1}$$

(A negatív előjel arra utal, hogy a gyorsulás ellentétes irányú a kitéréssel. Részletek a fejezet későbbi részében.)

Mivel a körmozgás egyenletes, ezért az α szögelfordulás:

$$\alpha = \omega_{k\ddot{o}r} \cdot t .$$

A centripetális gyorsulás felírható a sugár és a szögsebesség segítségével:

$$a_{cp} = r \cdot \omega_{k\ddot{o}r}^2 .$$

A fenti két összefüggést (1)-be helyettesítve:

$$a = -r \cdot \omega_{k\ddot{o}r}^2 \cdot \sin(\omega_{k\ddot{o}r} \cdot t) .$$

Tudjuk, hogy a körpálya sugara megegyezik a rezgés amplitúdójával ($r = A$), a körmozgás szögsebessége pedig ugyanakkora, mint a körfrekvencia ($\omega_{k\ddot{o}r} = \omega$). Ennek alapján a harmonikus rezgőmozgást végző test gyorsulása:

$$a = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t) . \tag{2}$$

A gyorsulás nagyságának maximális értéke a (2) alapján határozható meg. Mivel az amplitúdó és a körfrekvencia pozitív, ezért a gyorsulás nagysága (abszolút értéke):

$$|a| = |-A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)| = |A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)| = A \cdot \omega^2 \cdot |\sin(\omega \cdot t)|.$$

Az amplitúdó és a körfrekvencia állandó, ezért a gyorsulás nagysága akkor lesz a legnagyobb, ha a szinuszfüggvény abszolút értéke maximális, azaz

$$|\sin(\omega \cdot t)| = 1.$$

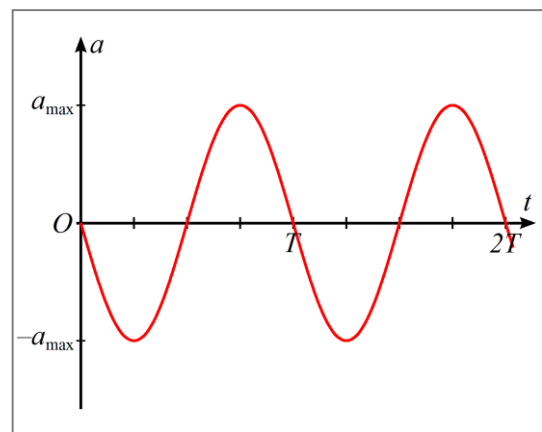
Ennek alapján:

$$a_{\max} = A \cdot \omega^2 \cdot \underbrace{|\sin(\omega \cdot t)|}_1 = A \cdot \omega^2.$$

Eszerint a harmonikus rezgőmozgást végző test maximális gyorsulása:

$$a_{\max} = A \cdot \omega^2.$$

Ha megrajzoljuk a gyorsulás-idő grafikont, akkor egy szinuszcörbe t -tengelyre vonatkozó tükörképét kapjuk. A görbéről leolvasható, hogy a test gyorsulása az első félciklusban negatív, a másodikban pedig pozitív. A $t = 0$, a $t = T/2$ és a $t = T$ időpontokban a gyorsulás nulla. A $t = T/4$ és a $t = 3 \cdot T/4$ időpontokban a test a szélső helyzetben van, gyorsulásának abszolút értéke ekkor a legnagyobb.



Korábban láttuk, hogy harmonikus rezgőmozgásnál a kitérés és az idő közti összefüggés:

$$x = A \cdot \sin(\omega \cdot t).$$

Ezt a (2) összefüggésbe helyettesítve:

$$a = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t) = -\omega^2 \cdot x,$$

azaz

$$a = -\omega^2 \cdot x.$$

Mindkét oldalt elosztva az x kitéréssel:

$$\frac{a}{x} = -\omega^2.$$

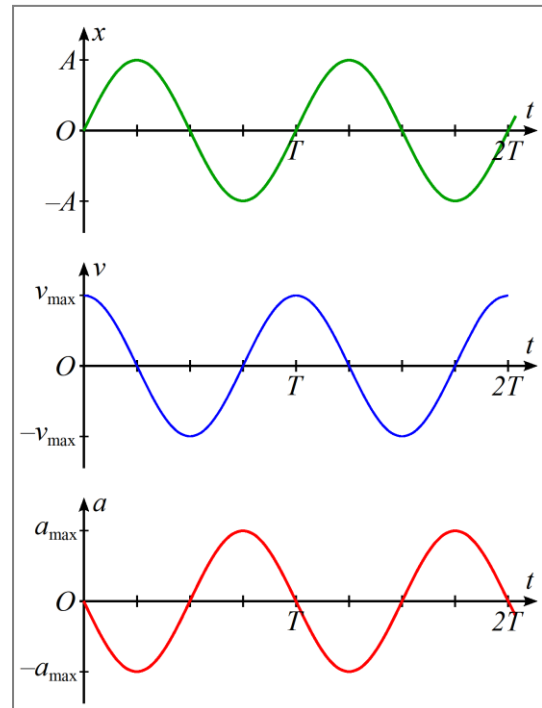
Mivel a rezgés körfrekvenciája állandó, ezért

$$\frac{a}{x} = \text{állandó.}$$

A gyorsulás és a kitérés eszerint egyenesen arányos egymással. Hányadosuk azonban negatív, (mert ω^2 pozitív), tehát a gyorsulás és a kitérés iránya minden pillanatban ellentétes egymással. Ezek szerint *a harmonikus rezgőmozgást végző test gyorsulása egyenesen arányos a kitéréssel, de azzal ellentétes irányú.*

$$a = -\omega^2 \cdot x.$$

A harmonikus rezgőmozgást végző test kitérés-idő, sebesség-idő és gyorsulás-idő grafikonjait egy közös ábrán is feltüntettük.



Kiegészítés

Az egyenes vonalú mozgások című fejezetben leírtaknak megfelelően a rezgőmozgásnál *gyorsulásnak* nevezzük a gyorsulás *X*-koordinátáját is, ha mindez nem okoz félreértést. Ezzel összhangban a továbbiakban a a_x jelölés helyett az egyszerűbb a jelölést használjuk.

Példa

Egy harmonikus rezgőmozgást végző test amplitúdója 5 centiméter, rezgésideje 1,5 másodperc. Mekkora a test gyorsulása, ha az egyensúlyi helyzetben (középen) történő áthaladás után eltelt idő 0,6 másodperc, illetve 0,9 másodperc?

Megoldás

A gyorsulásra vonatkozó összefüggés alapján:

$$a = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t).$$

Ehhez a szögsebesség:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot \pi}{1,5 \text{ s}} \approx 4,189 \frac{1}{\text{s}}.$$

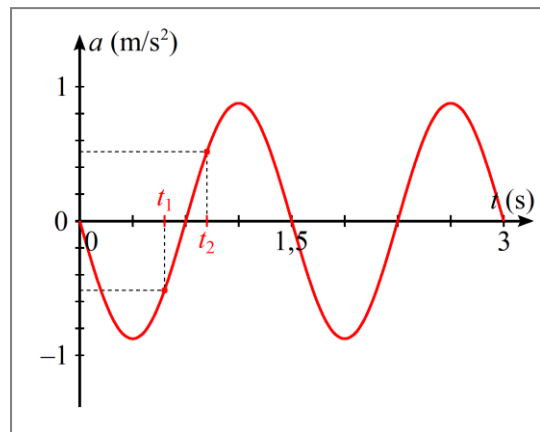
Az első esetben $t_1 = 0,6 \text{ s}$, így

$$a_1 = -0,05 \text{ m} \cdot \left(4,189 \frac{1}{\text{s}}\right)^2 \cdot \sin\left(\underbrace{4,189 \frac{1}{\text{s}} \cdot 0,6 \text{ s}}_{\text{radiánban}}\right) \approx -0,516 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

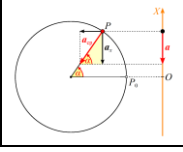
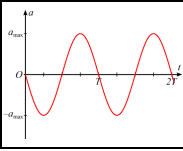
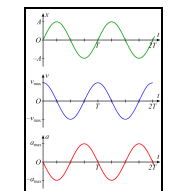
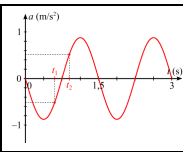
A második esetben $t_2 = 0,9 \text{ s}$, így

$$a_2 = -0,05 \text{ m} \cdot \left(4,189 \frac{1}{\text{s}}\right)^2 \cdot \sin\left(\underbrace{4,189 \frac{1}{\text{s}} \cdot 0,9 \text{ s}}_{\text{radiánban}}\right) \approx 0,516 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Ezek szerint a test gyorsulása mind a két időpontban $0,516 \text{ m/s}^2$ nagyságú, de iránya az első esetben *ellentétes*, a másodikban *megegyezik* a kezdősebességgel. A kapott eredményeket a mozgás gyorsulás-idő grafikonján is megjelöltük.



Képek jegyzéke

	<p>A harmonikus rezgőmozgás gyorsulása © http://fizikakonyv.hu/rajzok/0311.svg</p>
	<p>A harmonikus rezgőmozgás gyorsulás–idő grafikonja © http://fizikakonyv.hu/rajzok/0312.svg</p>
	<p>A kitérés–idő, sebesség–idő, gyorsulás–idő grafikon © http://fizikakonyv.hu/rajzok/0313.svg</p>
	<p>A példa eredményei a harmonikus rezgőmozgás gyorsulás–idő grafikonján W http://fizikakonyv.hu/rajzok/0314.svg</p>

Jelmagyarázat:

© **Jogvéde**tt anyag, felhasználása csak a szerző (és az egyéb jogtulajdonosok) írásos engedélyével.

W A *Wikimedia Commons*-ból származó kép, felhasználása az eredeti kép leírásának megfelelően.