

◀	<i>Tartalom</i>	<i>Fogalmak</i>	<i>Törvények</i>	<i>Képletek</i>	<i>Lexikon</i>	▶
---	-----------------	-----------------	------------------	-----------------	----------------	---

A harmonikus rezgőmozgás dinamikai leírása

A harmonikus rezgőmozgást végző *testre ható erők eredője*, az eredő erő definíciója alapján, a gyorsulás ismeretében meghatározható:

$$F_e = m \cdot a. \tag{1}$$

Ha a gyorsulást az idő függvényeként írjuk fel, akkor:

$$F_e = -m \cdot A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t).$$

Ezek szerint *a harmonikus rezgőmozgást végző testre ható erők eredője az időnek szinuszos függvénye.*

Ha az (1) összefüggésbe a gyorsulást a kitérés függvényeként helyettesítjük be, akkor:

$$F_e = -m \cdot \omega^2 \cdot x.$$

Mindkét oldalt osztva a kitéréssel:

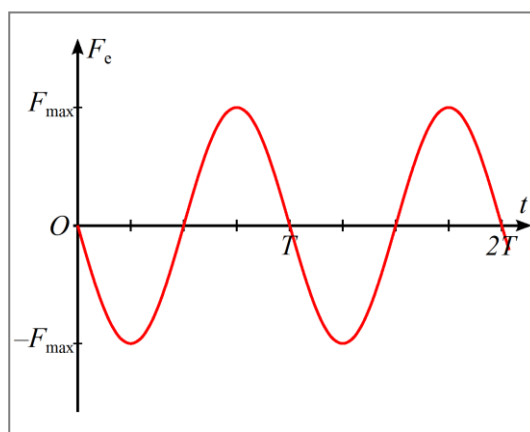
$$\frac{F_e}{x} = -m \cdot \omega^2.$$

Mivel a tömeg és a körfrekvencia is állandó, ezért a jobb oldalon álló $-m \cdot \omega^2$ kifejezés is állandó, azaz

$$\frac{F_e}{x} = \text{állandó}.$$

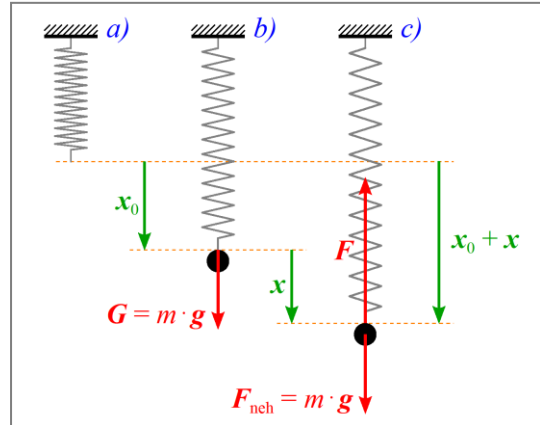
Eszerint a testre ható erők eredője egyenesen arányos a kitéréssel, mert a hányadosuk állandó. Ez az állandó ($-m \cdot \omega^2$) azonban negatív, tehát az erő és a kitérés ellentétes irányú egymással. *A harmonikus rezgőmozgást végző testre ható erők eredője egyenesen arányos a kitéréssel, de azzal ellentétes irányú.*

$$F_e = -m \cdot \omega^2 \cdot x. \tag{2}$$



Bebizonyítható a fenti állítás megfordítása is: *Ha egy egyenes mentén rezgő testre minden helyzetben a kitéréssel egyenesen arányos, de azzal ellentétes irányú erő hat, akkor a mozgás harmonikus rezgőmozgás.*

Az előzőeket felhasználva igazolható, hogy *ha a rugón rezgő test pályája függőleges egyenes, akkor harmonikus rezgőmozgást végez.* Jelöljük ugyanis a D rugóállandójú rugóra függesztett test tömegét m -mel! A rajz *b)* részének megfelelően az *egyensúlyi helyzetben* a test $G = m \cdot g$ súlya húzza a rugót. A rugó ezért megnyúlik, és így a test lefelé elmozdul. Jelöljük ezt az elmozdulást x_0 -lal! *A rugalmas nyújtás törvényei* fejezetből tudjuk, hogy a megnyúlást létrehozó erő felírható a rugóállandó és a megnyúlás szorzataként, így:



$$m \cdot g = D \cdot x_0. \quad (3)$$

A rajz *c)* része alapján az egyensúlyi helyzet körül *rezgő testre* két erő hat: a rugó által kifejtett F erő és az $F_{\text{neh}} = m \cdot g$ nehézségi erő. A rezgő testre ható erők eredője ennek megfelelően:

$$F_e = F + m \cdot g.$$

A rugó által kifejtett F erő a hatás-ellenhatás törvénye szerint ugyanakkora, mint a test által a rugóra kifejtett F' erő, de azzal ellentétes irányú. Emiatt:

$$F_e = -F' + m \cdot g.$$

A rugóra ható F' erő kifejezhető a teljes megnyúlás és a rugóállandó segítségével, így:

$$F_e = -D \cdot (x_0 + x) + m \cdot g,$$

$$F_e = -D \cdot x_0 - D \cdot x + m \cdot g.$$

A (3) összefüggést felhasználva:

$$F_e = -m \cdot g - D \cdot x + m \cdot g,$$

$$F_e = -D \cdot x.$$

Ennek megfelelően:

$$F_e = -D \cdot x. \quad (4)$$

Átrendezve:

$$\frac{F_e}{x} = -D.$$

Mivel a rugóállandó a rezgés során állandó, ezért:

$$\frac{F_e}{x} = \text{állandó}.$$

Eszerint *a rugón rezgő testre ható erők eredője egyenesen arányos az egyensúlyi helyzettől mért kitéréssel, de azzal ellentétes irányú. Mivel a pálya egyenes, ezért a test harmonikus rezgőmozgást végez.*

A létrejövő rezgések periódusideje a (2) és (4) összefüggések alapján határozható meg:

$$F_e = -m \cdot \omega^2 \cdot x,$$

$$F_e = -D \cdot x.$$

Ezek alapján:

$$-D \cdot x = -m \cdot \omega^2 \cdot x.$$

Ebből:

$$D = m \cdot \omega^2.$$

A körfrekvenciát a rezgésidővel kifejezve, majd átrendezve:

$$D = m \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi}{T}\right)^2,$$

$$D = m \cdot \frac{(2 \cdot \pi)^2}{T^2},$$

$$D \cdot T^2 = m \cdot (2 \cdot \pi)^2,$$

$$T^2 = \frac{m}{D} \cdot (2 \cdot \pi)^2,$$

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}.$$

Ezek szerint *a rugón rezgő test rezgésidőjét a rugó rugóállandója és a test tömege határozza meg.* A levezetett összefüggés szerint a rezgésidő nem függ a rezgés amplitúdójától.

Kiegészítés

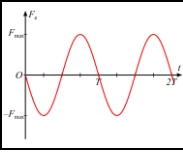
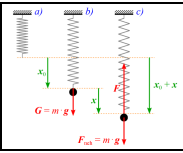
Korábban, a *Nehézségi erő, súly, súlytalanság* című fejezetben láttuk, hogy a *függőlegesen gyorsuló test súlya*:

$$\mathbf{G} = m \cdot (\mathbf{g} - \mathbf{a}).$$

A rugón függőleges egyenes mentén rezgő test mozgásának vizsgálatakor a rajz *b)* részénél, a súlyra felírt $\mathbf{G} = m \cdot \mathbf{g}$ összefüggés felírásakor azért hagyhattuk el a test \mathbf{a} gyorsulását, mert *az egyensúlyi helyzeteken történő áthaladáskor a harmonikus rezgőmozgást végző test gyorsulása nulla.*

A rajz *c)* részénél, az eredő erő felírásakor viszont már nem a súly, hanem a *nehézségi erő* szerepel, ez pedig független a test gyorsulásától. (Csak a test tömegétől és a nehézségi gyorsulástól függ.)

Képek jegyzéke

 <p>A graph showing the force F versus time t for a harmonic oscillator. The vertical axis is labeled F and has marks for F_{\max}, 0, and $-F_{\max}$. The horizontal axis is labeled t and has marks for 0, $T/2$, and T. A red sinusoidal wave starts at the origin $(0,0)$, reaches a minimum of $-F_{\max}$ at $t = T/4$, crosses the zero axis at $t = T/2$, reaches a maximum of F_{\max} at $t = 3T/4$, and returns to zero at $t = T$.</p>	<p>Eredő erő–idő grafikon harmonikus rezgőmozgásnál</p> <p>© http://fizikakonyv.hu/rajzok/0315.svg</p>
 <p>A diagram showing a mass m suspended from a spring. The mass is at a displacement x from its equilibrium position. The forces acting on the mass are: gravity $G = m \cdot g$ acting downwards, and the spring force $F_{\text{cs}} = m \cdot g$ acting upwards. The equilibrium position is marked with $x_0 = 0$. The displacement x is shown as a downward arrow from the equilibrium position. The diagram also shows the spring's natural length and the displacement $x_0 + x$ from the natural length to the current position.</p>	<p>Rajz a rugón rezgő testre ható erők eredőjének levezetéséhez</p> <p>© http://fizikakonyv.hu/rajzok/0316.svg</p>

Jelmagyarázat:

- © **Jogvédtett anyag**, felhasználása csak a szerző (és az egyéb jogtulajdonosok) írásos engedélyével.
- W A **Wikimedia Commons**-ból származó kép, felhasználása az eredeti kép leírásának megfelelően.