

◀	Tartalom	Fogalmak	Törvények	Képletek	Lexikon	▶
---	----------	----------	-----------	----------	---------	---

## A rezgő rendszer energiája

A rugón rezgő nehezék sebessége periodikusan változik, emiatt változik a nehezék *mozgási energiája* is. Ezzel egyidejűleg azonban periodikusan változik a rugó feszítettsége, és azzal együtt annak *rugalmas energiája* is. A következőkben megvizsgáljuk a rugóból és a testből álló rendszer összes energiáját olyan harmonikus rezgéseknél, amelyeknél a súrlódási folyamatok elhanyagolhatók. Egy ilyen rendszer *összes mechanikai energiája*:

$$E = E_{\text{rug}} + E_{\text{mozg}}.$$

Részletesen felírva:

$$E = \frac{1}{2} \cdot D \cdot x^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2. \quad (1)$$

*A szélső helyzetekben* a kitérés nagysága egyenlő az amplitúdóval, a sebesség viszont éppen nulla. Az előző összefüggés alapján *a rezgő rendszer összes mechanikai energiája a szélső helyzetekben*:

$$E = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2.$$

*Az egyensúlyi helyzeten történő áthaladáskor* a kitérés nulla, a sebesség viszont éppen maximális nagyságú. Ennek megfelelően:

$$E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{max}}^2.$$

Ez az energia kifejezhető az amplitúdóval is. Mivel a sebesség nagyságának maximális értéke  $v_{\text{max}} = A \cdot \omega$ , ezért az energia:

$$E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (A \cdot \omega)^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot A^2 \cdot \omega^2.$$

A rezgésidő levezetésekor láttuk, hogy  $D = m \cdot \omega^2$ , ezért:

$$E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot A^2 \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2.$$

Eszerint a rezgő rendszer összes mechanikai energiája az egyensúlyi helyzetben történő áthaladáskor:

$$E = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2.$$

Bármely tetszőleges helyzetben a kitérést és a sebességet az idő függvényeként az (1) képletbe beírva és néhány átalakítást elvégezve az előzővel azonos összefüggéshez jutunk. (Lásd a *Kiegészítésekben!*). Mindez azt jelenti, hogy a rezgő rendszer összes mechanikai energiája minden helyzetben:

$$E = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2. \tag{2}$$

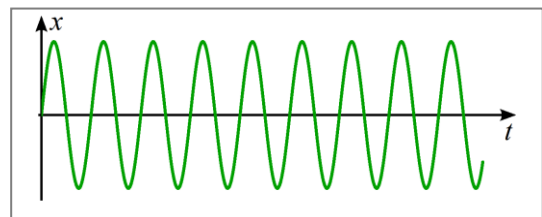
A most kapott eredmény a következőképpen értelmezhető: Amikor a rezgés megindításakor a testet az egyensúlyi helyzetéből kitérítettük, akkor a rugó megfeszítése közben munkát kellett végeznünk. Mivel a rugó megnyúlása ugyanakkora, mint a létrejövő rezgések amplitúdója, ezért ez a munka:

$$W = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2.$$

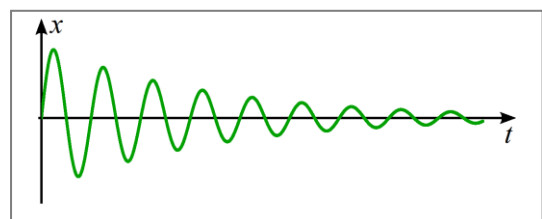
A rendszer összes mechanikai energiája a munkavégzésünk következtében ennyivel nőtt, és a (2) összefüggés szerint a rezgés folyamán mindvégig ugyanakkora maradt. Ezek szerint, ha a súrlódási folyamatok elhanyagolhatóak, a rezgő rendszer összes mechanikai energiája minden helyzetben ugyanakkora, és megegyezik a mozgás megindításakor a rugó megfeszítésére fordított munkával:

$$E = W = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2.$$

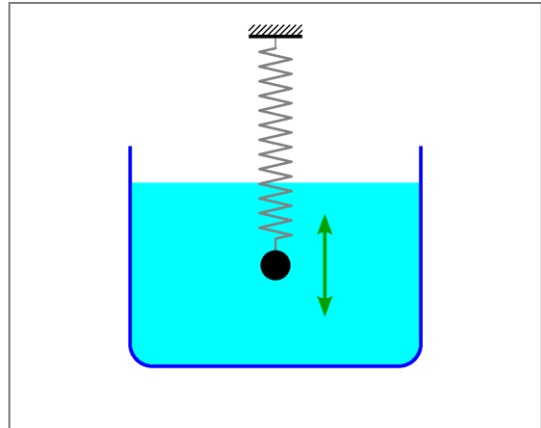
Ilyenkor a rezgések amplitúdója gyakorlatilag állandó marad. Az ilyen, állandó amplitúdójú rezgést csillapítatlan rezgésnek nevezzük.



Ha a súrlódás, illetve a közegellenállás nem hanyagolható el, akkor a rezgések amplitúdója egyre csökken, és a rezgés végül megszűnik. Az ilyen, csökkenő amplitúdójú rezgést csillapított rezgésnek nevezzük.



A csillapított rezgés jól szemléltethető, ha a rugóra függesztett test vízben végzi a rezgéseit. A víz által kifejtett közegellenállási erő ugyanis már nem hanyagolható el, ezért a rezgések gyorsabban csillapodnak, mint levegőben. A csillapított rezgést végző rendszer kezdeti mechanikai energiája folyamatosan csökken, miközben (a hőtan I. és II. főtételével



összhangban) a rendszer és a környezet belső energiája ugyanakkora mértékben nő. A mechanikai energia csökkenését az amplitúdó csökkenése, a belső energia növekedését a hőmérséklet emelkedése jelzi.

Ha hosszan tartó csillapítatlan rezgéseket akarunk létrehozni, akkor a mechanikai energia csökkenését folyamatosan pótolni kell. A *mechanikus órákban* az inga vagy a billegő azért végezhet csillapítatlan rezgéseket, mert az órát működtető felhúzott rugó, vagy a felemelt nehezék energiája pótolja a súrlódásból eredő veszteségeket. Természetesen időnként a rugót fel kell húzni, a nehezéket fel kell emelni, azaz gondoskodnunk kell az energia pótlásáról.



A *lengő hintánál* a súrlódás, illetve a közegellenállás miatt szintén csillapodnak a lengések. Ha ezt el akarjuk kerülni, akkor újra és újra meg kell lökni a hintát, vagy a hintázónak kell (tömegközéppontjának periodikus áthelyezésével) „hajtania” magát.

## Kiegészítések

1. A nehézségi erő hatását nem vettük figyelembe, mert *A harmonikus rezgőmozgás dinamikai leírása* című fejezetben láttuk, hogy a test a rugóerő és a nehézségi erő együttes hatására ugyanúgy mozog, mintha csak a rugalmas erő hatna a testre.
2. Csillapítatlan rezgésnél a rezgő rendszer összes mechanikai energiáját megadó (2) összefüggés levezetéséhez helyettesítsük be a kitérést és a sebességet az idő függvényeként az (1) képletbe!

$$E = \frac{1}{2} \cdot D \cdot x^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot D \cdot [A \cdot \sin(\omega \cdot t)]^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot [A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)]^2$$

A négyzetreemelést elvégezve:

$$E = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t) + \frac{1}{2} \cdot m \cdot A^2 \cdot \omega^2 \cdot \cos^2(\omega \cdot t).$$

Az  $m \cdot \omega^2 = D$  helyettesítés után:

$$E = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t) + \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2 \cdot \cos^2(\omega \cdot t).$$

Kiemelés után:

$$E = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2 \cdot [\sin^2(\omega \cdot t) + \cos^2(\omega \cdot t)].$$

Mivel bármely szög szinuszának és koszinuszának négyzetösszege 1-gyel egyenlő, ezért:

$$E = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2 \cdot \underbrace{[\sin^2(\omega \cdot t) + \cos^2(\omega \cdot t)]}_1 = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2.$$

Eszerint csillapítatlan rezgésnél a rezgő rendszer összes mechanikai energiája bármely helyzetben megadható a korábban már látott (2) összefüggéssel:

$$E = \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2.$$

3. A lengő ingánál ugyancsak periodikusan változik a test mozgási energiája, és ezzel egyidejűleg a helyzeti energia is.

4. Ha állandó amplitúdójú rezgések fenntartása a cél, akkor a csillapítást, azaz a súrlódásos folyamatokat csökkenteni kell. Így az állandó amplitúdó biztosításához kevesebb energiára van szükség. A jobb mechanikus óraszerkezetekben emiatt például különleges (rubin-acél) csapágyakat használnak.

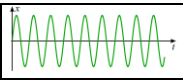
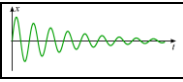
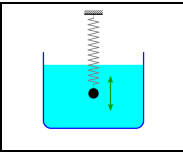






5. Bizonyos esetekben szükség lehet arra, hogy a rendszerekben keletkező rezgéseket minél gyorsabban csillapítsák. Például a gépkocsik, motorkerékpárok kerekei rugós felfüggesztésűek, hogy az útfelület egyenetlenségeiből adódó rázkódást csökkentsék. Itt azonban nem volna célszerű, ha egy-egy gödör vagy bucka okozta rezgések sokáig fennmaradnának, ezért a lengések amplitúdóját *lengéscsillapítókkal* csökkentik. Hasonló megoldást alkalmaznak a vasúti kocsiknál is.



A mérlegek és a különféle mutatók műszerek mutatóinak lengését szintén csillapítják, hogy ne kelljen sokat várni, míg a mutató beáll a mért értékre.

## Képek jegyzéke

	<b>Csillapítatlan rezgés kitérés–idő grafikonja</b> © <a href="http://fizikakonyv.hu/rajzok/0320.svg">http://fizikakonyv.hu/rajzok/0320.svg</a>
	<b>Csillapított rezgés kitérés–idő grafikonja</b> © <a href="http://fizikakonyv.hu/rajzok/0321.svg">http://fizikakonyv.hu/rajzok/0321.svg</a>
	<b>Csillapított rezgés vízben</b> © <a href="http://fizikakonyv.hu/rajzok/0322.svg">http://fizikakonyv.hu/rajzok/0322.svg</a>
	<b>Ingaóra modellje</b> © <a href="http://fizkapu.hu/fizfoto/fotok/fizf0222.jpg">http://fizkapu.hu/fizfoto/fotok/fizf0222.jpg</a>
	<b>Hintázó gyerek</b> W <a href="https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Swing_of_Smile.jpg">https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Swing_of_Smile.jpg</a>
	<b>Rubin–acél csapágy</b> W <a href="https://commons.wikimedia.org/wiki/File:CompBalanceRJJ_PD.jpg">https://commons.wikimedia.org/wiki/File:CompBalanceRJJ_PD.jpg</a>
	<b>Motorkerékpár rugója és lengéscsillapítója</b> W <a href="https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Torrot_Muvi_Lateral_02.jpg">https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Torrot_Muvi_Lateral_02.jpg</a>

### Jelmagyarázat:

© **Jogvédtett anyag**, felhasználása csak a szerző (és az egyéb jogtulajdonosok) írásos engedélyével.

W A *Wikimedia Commons*-ból származó kép, felhasználása az eredeti kép leírásának megfelelően.