

◀	<i>Tartalom</i>	<i>Fogalmak</i>	<i>Törvények</i>	<i>Képletek</i>	<i>Lexikon</i>	▶
---	-----------------	-----------------	------------------	-----------------	----------------	---

Az elektromos mező energiája

Tudjuk, hogy elektromos mezőben a töltéssel rendelkező testekre erő hat, ezért az elektromos mező képes megváltoztatni ezeknek a testeknek a mozgásállapotát. Az *elektromos mezőnek tehát energiája van.*

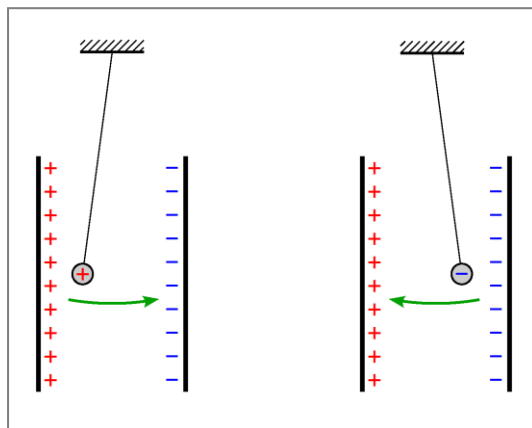
Ha például a Van de Graaff-generátor feltöltött gömbje közelében egy vattacsomót elejtünk, akkor a gömb körüli elektromos mező előbb magához vonzza a vattát, majd eltaszítja magától. A vatta gyorsításához szükséges energiát nem a feltöltött fémgömb, hanem a gömb körüli elektromos mező biztosítja, a vattacsomó ugyanis az elektromos mezővel van kölcsönhatásban.



Elméleti úton igazolható, hogy *a magában álló, C kapacitású, U potenciálú vezető körüli elektromos mező energiája:*

$$E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2.$$

A kondenzátor fegyverzetei közti elektromos mezőnek szintén van energiája, ezt szemlélteti a következő kísérlet is: Ha egy feltöltött síkkondenzátor fegyverzetei közé selyemszálon egy könnyű fémgolyót függesztünk, akkor az a két lemez között ide-oda lengve mozog. Eközben folyamatosan töltéseket szállít a fegyverzetek között mindaddig, amíg a töltések ki nem egyenlítődnek. A golyó ide-oda mozgásához szükséges energiát itt a fegyverzetek közti elektromos mező biztosítja.



Levezethető, hogy a C kapacitású, U feszültségre feltöltött kondenzátorban a fegyverzetek közti elektromos mező energiája

$$E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2.$$

Láttuk, hogy a kondenzátorokban az elektromos mező gyakorlatilag a fegyverzetek közti térrészre koncentrálódik. Emiatt a kondenzátorban kialakuló elektromos mező energiája helyett egyszerűen csak a kondenzátor energiájáról beszélünk.

Az elektromos mező energiáját megadó összefüggést a kapacitás definícióját felhasználva más alakokban is felírhatjuk:

$$E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 ,$$

$$E = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U ,$$

$$E = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} .$$

A három összefüggés közül mindig azt célszerű használni, amelyhez a legtöbb adatot ismerjük.

Kiegészítések

1. A kondenzátor energiáját megadó képlet levezetéséhez végezzünk el *gondolatban* egy kísérletet: Egy kezdetben „üres” kondenzátort töltünk fel úgy, hogy egymás után egy-egy elemi töltést ($e = 1,602176634 \cdot 10^{-19}$ C) viszünk át az egyik fegyverzetről a másikra! Jelöljük az ilyen töltésátvitel számát n -nel! A teljes feltöltés után a kondenzátor töltése

$$Q = n \cdot e$$

nagyságú lesz. Határozzuk meg, hogy mekkora lesz a kondenzátor energiája ebben az állapotban! A kondenzátor energiája megegyezik a feltöltés során végzett munkák összegével, azaz:

$$E = W_1 + W_2 + \dots + W_n = \Sigma W_i .$$

Az első töltésátvitelkor a végzett munka nulla, mert a kondenzátor még nincs feltöltve. Minden töltésátvitel e töltésmennyiséggel növeli a kondenzátor töltését és U_0 -al a feszültségét. Az i -ik töltésátvitel során a kondenzátor töltése már $Q_i = (i - 1) \cdot e$, a feszültsége pedig $U_i = (i - 1) \cdot U_0$ nagyságú. A feszültség definíciója alapján az e elemi töltés átvitele közben végzett W_i munka:

$$U_i = \frac{W_i}{e} \quad \Rightarrow \quad W_i = U_i \cdot e$$

A kapacitás definíciója alapján:

$$C = \frac{e}{U_0} \quad \Rightarrow \quad e = C \cdot U_0.$$

Ezt az előző összefüggésbe helyettesítve:

$$W_i = U_i \cdot e = U_i \cdot C \cdot U_0 = (i - 1) \cdot U_0 \cdot C \cdot U_0 = (i - 1) \cdot C \cdot U_0^2.$$

Ennek alapján a kondenzátor energiája a teljes feltöltés után:

$$E = \Sigma W_i = \sum_{i=1}^n [(i - 1) \cdot C \cdot U_0^2] = C \cdot U_0^2 \cdot \sum_{i=1}^n (i - 1).$$

A szorzat harmadik tényezőjében a 0 és $n - 1$ közti természetes számokat kell összegezni, jelöljük ezt az összeget S -sel!

$$S = \sum_{i=1}^n (i - 1) = \underbrace{0 + 1 + 2 + \dots + (n - 1)}_n.$$

Számítsuk ki először ennek az összegnek a kétszeresét úgy, hogy a számsorozat tagjait fordított sorrendben hozzáadjuk az eredeti sorozat tagjaihoz:

$$2 \cdot S = \underbrace{[0 + (n - 1)]}_{1.} + \underbrace{[1 + (n - 2)]}_{2.} + \underbrace{[2 + (n - 3)]}_{3.} + \dots + \underbrace{[(n - 1) + 0]}_n.$$

A szögletes zárójeleken belüli összeg minden esetben $n - 1$, és n ilyen tag van, ezért:

$$2 \cdot S = \underbrace{(n - 1) + (n - 1) + (n - 1) + \dots + (n - 1)}_n = n \cdot (n - 1).$$

Mindkét oldalt osztva 2-vel:

$$S = \frac{n \cdot (n - 1)}{2}.$$

Mivel az e nagyon kicsiny, így az

$$n = \frac{Q}{e}$$

összefüggés alapján még egy kis Q töltéshez szükséges töltésátvitel számja is nagyon nagy lesz. (Lásd például a [Kondenzátorok](#) című fejezet *1. példájában*: Egy 1 pF-os kondenzátor 1 V-ra történő töltéséhez 6 241 509 darab elemi töltés kell.)

Mivel tehát $n \gg 1$, így $n - 1 \approx n$, ezért

$$S = \frac{n \cdot (n - 1)}{2} \approx \frac{n \cdot n}{2} = \frac{n^2}{2}.$$

Ezt felhasználva a kondenzátor energiája:

$$E = C \cdot U_0^2 \cdot \sum_{i=1}^n (i - 1) = C \cdot U_0^2 \cdot S = C \cdot U_0^2 \cdot \frac{n^2}{2} = \frac{C \cdot (U_0 \cdot n)^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2.$$

Tehát a C kapacitású, U feszültségre feltöltött *kondenzátor energiája* valóban:

$$E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2.$$

2. A magában álló, C kapacitású, U potenciálra feltöltött *vezető körüli elektromos mező energiájára* vonatkozó összefüggés az előzőhöz hasonló gondolatmenet alapján igazolható. Most azonban egy magában álló, kezdetben „üres” vezetőt kell feltölteni úgy, hogy egymás után n alkalommal egy-egy elemi töltést (e) viszünk rá a választott nulla potenciálú pontból (például egy végtelen távol fekvő pontból)! A töltésátvitel fokozatosan növelik a vezető töltését és a potenciálját, továbbá nő a mező energiája is. Az n töltésátvitel után az elektromos mező energiája:

$$E = W_1 + W_2 + \dots + W_n = \Sigma W_i.$$

Az összegzést az előzőkhöz hasonló módon elvégezve azt kapjuk, hogy a magában álló, C kapacitású, U potenciálra feltöltött *vezető körüli elektromos mező energiája* valóban:

$$E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2.$$

3. A *villanólámpában* (vakuban) a villanócső működtetéséhez kb. 200 V feszültség kell. Az elemek néhány voltos feszültségét ezért egy elektronikus áramkörrel megnövelik, és ezzel egy kondenzátort töltenek fel. Ez a folyamat néhány másodpercig tart, ezután a feltöltött kondenzátor tárolja a villanólámpa működéséhez szükséges elektromos energiát. A fényképezés pillanatában a kondenzátor egy kapcsolón keresztül a villanócsőre csatlakozik, és a csövön keresztül a másodperc töredéke alatt kisül.



Az első képen egy fényképezőgéphez csatlakoztatható, különálló villanólámpa, a másodikon egy digitális fényképezőgépbe épített vaku látható.

4. Egyes elektromos meghajtású járművekben (autó, busz, villamos) a fékezéskor egy generátor a jármű mozgási energiáját elektromos energiává alakítja. A generátor által termelt árammal egy nagyon nagy kapacitású kondenzátort, úgynevezett *szuperkondenzátort* töltenek fel. Az így tárolt elektromos energiát általában a jármű újbóli elindításakor (felgyorsításakor) egy villanymotor alakítja vissza mozgási energiává.

Vannak olyan, városi autóbuszok is (Sanghaj, Tel-Aviv, Genf, Torino, Belgrád), amelyek a végállomáson, esetenként a megállóban néhány másodperc alatt töltik fel a beépített szuperkondenzátoraikat, a megállók közti utat pedig ezeknek a kondenzátoroknak az energiáját használva teszik meg.



Képek jegyzéke

	Vattacsomó elektromos mezőben © http://fizkapu.hu/fizfoto/fotok/fizf0125.jpg
	Kondenzátorlemezek közti elektromos mező energiájának szemléltetése © http://fizikakonyv.hu/rajzok/0440.svg
	Villanólámpa (vaku) © http://fizkapu.hu/fizfoto/fotok/fizf0126.jpg
	Digitális fényképezőgépbe épített villanólámpa W https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Olympus_X-500_D-590Z_C-470Z.jpg
	Szuperkondenzátorral működő autóbusz Belgrádban W https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Higer_GSP_2101.jpg Videó: © https://www.youtube.com/watch?v=I-gRybeu0pA

Jelmagyarázat:

© **Jogvéde**tt anyag, felhasználása csak a szerző (és az egyéb jogtulajdonosok) írásos engedélyével.

W A **Wikimedia Commons**-ból származó kép, felhasználása az eredeti kép leírásának megfelelően.