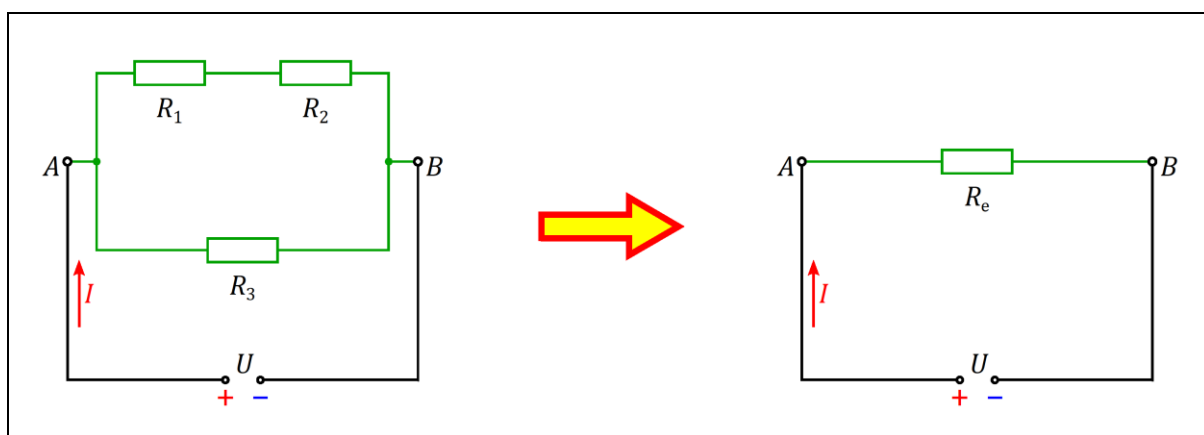


◀	Tartalom	Fogalmak	Törvények	Képletek	Lexikon	▶
---	----------	----------	-----------	----------	---------	---

Fogyasztók kapcsolása

A gyakorlatban sokszor van szükség arra, hogy *egymással összekapcsolt fogyasztókból álló, két kivezetéssel rendelkező rendszert egyetlen fogyasztóval helyettesítsünk*. Természetesen ilyenkor követelmény, hogy *a kapcsolat többi részén a helyettesítés következtében semmiféle változás ne történjen*. Ennek megfelelően, ha a rendszerre kapcsolt U feszültség hatására I erősségű áram folyt át a rendszeren, akkor a helyettesítő fogyasztón ugyanekkora U feszültség hatására szintén I erősségű áramnak kell áthaladni.

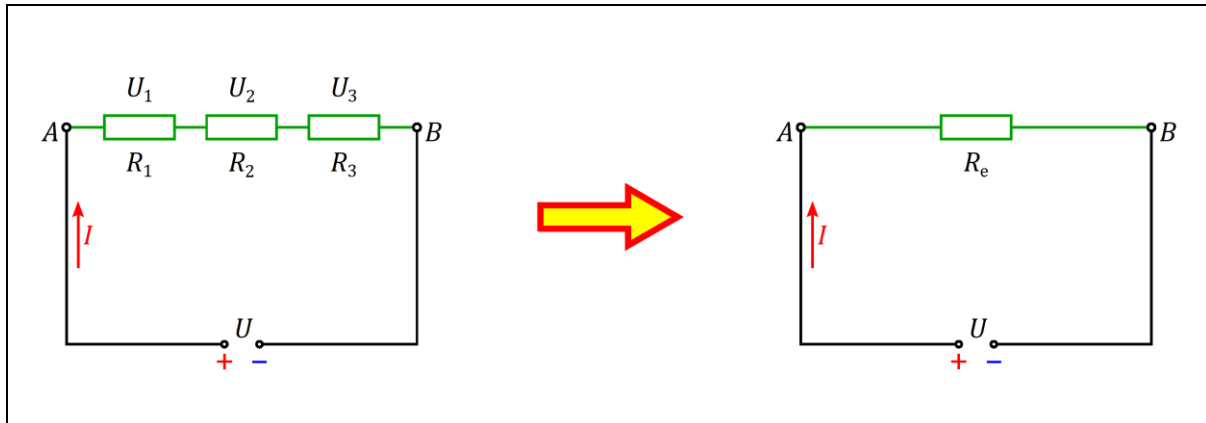


Annak a fogyasztónak az ellenállását, amellyel a fogyasztókból álló rendszer ilyen módon helyettesíthető, a rendszer *eredő ellenállásának* nevezzük. Az eredő ellenállás jele R_e , de ha nem okoz félreértést, egyszerűen csak R -rel jelöljük.

A fogyasztókból felépített kétpólusú rendszerek egy részénél az eredő ellenállás nagysága számítással is meghatározható. Az alábbiakban két ilyen egyszerű rendszert vizsgálunk meg.

Fogyasztók soros kapcsolása

Fogyasztók soros kapcsolásánál az első és az utolsó fogyasztó egy-egy kivezetése alkotja a rendszer két kivezetését, és a fogyasztók elágazás nélkül kapcsolódnak egymáshoz.



Mivel a soros kapcsolású áramkörben nincsen elágazás, így Kirchhoff csomóponti törvényével összhangban minden fogyasztón ugyanakkora erősségű áram folyik keresztül. Ennek megfelelően három fogyasztó soros kapcsolásánál

$$I = I_1 = I_2 = I_3 .$$

Kirchhoff huroktörvénye alapján belátható, hogy a rendszer két kivezetése közti feszültség soros kapcsolásnál ugyanakkora, mint az egyes fogyasztókon levő feszültségek összege, azaz

$$U = U_1 + U_2 + U_3 .$$

A közös áramerősséggel osztva az előző egyenlet mindkét oldalát:

$$\frac{U}{I} = \frac{U_1}{I} + \frac{U_2}{I} + \frac{U_3}{I} .$$

Mivel a helyettesítő ellenálláson U feszültségnél továbbra is I erősségű áram halad át, ezért a bal oldali hányados éppen az eredő ellenállással egyenlő. A jobb oldali hányadosok az egyes fogyasztók ellenállásával egyeznek meg, így

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3 .$$

A fenti gondolatmenetet alkalmazva hasonló eredményt kapnánk tetszőleges számú fogyasztónál is: *A sorosan kapcsolt fogyasztók eredő ellenállása ugyanakkora, mint az egyes fogyasztók ellenállásának összege.* Képlettel:

$$R_e = R_1 + R_2 + \dots + R_n .$$

Speciálisan n db R ellenállású fogyasztó soros kapcsolásakor

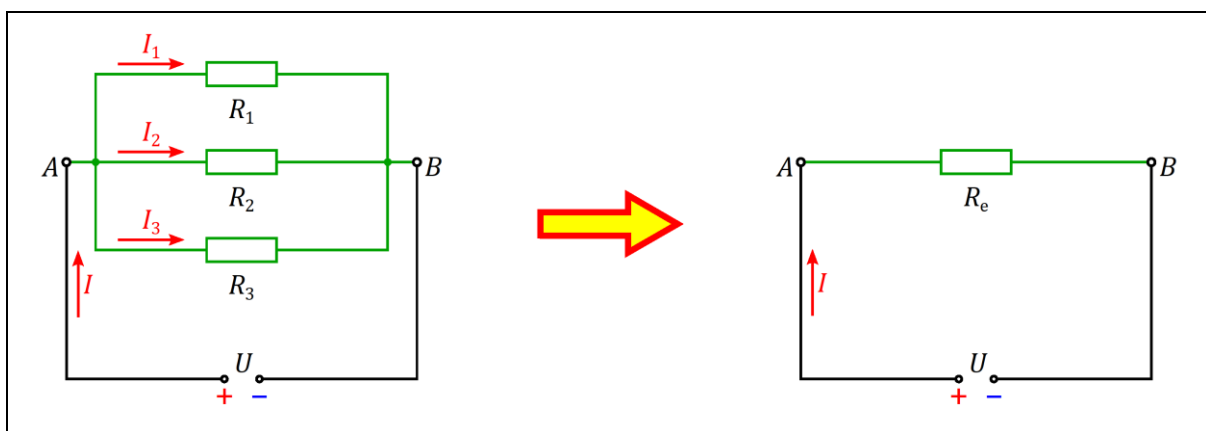
$$R_e = R + R + \dots + R = n \cdot R .$$

Eszerint n db azonos ellenállású fogyasztó soros kapcsolásakor az eredő ellenállás ugyanakkora, mint az egyes fogyasztók ellenállásának n -szerese. Képlettel:

$$R_e = n \cdot R .$$

Fogyasztók párhuzamos kapcsolása

Fogyasztók párhuzamos kapcsolásánál minden fogyasztó egyik vége a rendszer egyik kivezetéséhez, másik vége pedig a rendszer másik kivezetéséhez csatlakozik.



Kirchhoff huroktörvénye alapján belátható, hogy párhuzamos kapcsolásnál minden fogyasztón ugyanakkora a feszültség, mint a rendszer két kivezetése között. Ennek megfelelően három fogyasztó párhuzamos kapcsolásánál

$$U = U_1 = U_2 = U_3 .$$

A Kirchhoff csomóponti törvényének megfelelően párhuzamos kapcsolásnál a főágban folyó áram erőssége ugyanakkora, mint az egyes fogyasztókon áthaladó áramok erősségének összege, azaz

$$I = I_1 + I_2 + I_3 .$$

Az áramerősségek felírhatók a közös feszültség és az ellenállások hányadosaként:

$$\frac{U}{R_e} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} .$$

Mindkét oldalt osztva ezzel a közös feszültséggel:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}.$$

A fenti gondolatmenetet alkalmazva hasonló eredményt kapnánk tetszőleges számú fogyasztónál is: *A párhuzamosan kapcsolt fogyasztók eredő ellenállásának reciproka ugyanakkora, mint az egyes ellenállások reciprokának összege.* Képlettel:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

Speciálisan n db R ellenállású fogyasztó párhuzamos kapcsolásakor

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \dots + \frac{1}{R} = n \cdot \frac{1}{R} = \frac{n}{R}.$$

Ennek alapján

$$\frac{1}{R_e} = \frac{n}{R} \quad \Rightarrow \quad R_e = \frac{R}{n}.$$

Eszerint n db azonos ellenállású fogyasztó párhuzamos kapcsolásakor az eredő ellenállás ugyanakkora, mint az egyes fogyasztók ellenállásának n -ed része. Képlettel:

$$R_e = \frac{R}{n}.$$

Kiegészítések

1. A sorosan kapcsolt fogyasztókon ugyanakkora erősségű áram folyik, azaz:

$$I_1 = I_2 = I_3 \dots (= \text{állandó}).$$

Az áramerősségek kifejezhetők a feszültség és az ellenállás segítségével:

$$\frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_3}{R_3} \dots (= \text{állandó}).$$

Eszerint a *sorosan kapcsolt fogyasztókra jutó feszültség egyenesen arányos az ellenállásukkal.*

2. A párhuzamosan kapcsolt fogyasztókon ugyanakkora a feszültség, azaz:

$$U_1 = U_2 = U_3 \dots (= \text{állandó}).$$

A feszültségek kifejezhetők az áramerősség és az ellenállás segítségével:

$$I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 = I_3 \cdot R_3 \dots (= \text{állandó}).$$

Eszerint *a párhuzamosan kapcsolt fogyasztókon áthaladó áram erőssége fordítottan arányos az ellenállásukkal.*

3. Két fogyasztó párhuzamos kapcsolásánál az eredő ellenállásra levezetett összefüggést felírva és átalakítva:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_2}{R_1 \cdot R_2} + \frac{R_1}{R_1 \cdot R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}.$$

Ebből R_e kifejezhető:

$$R_e = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

(Sajnos, három vagy több fogyasztó esetén a hasonló képlet már egyre bonyolultabbá válik, ezért azzal már nem foglalkozunk.)

4. Az *Ohm törvénye. Az ellenállás* című fejezetben láttuk, hogy az ellenállás reciproka a *vezetőképesség*. Ezt felhasználva a fogyasztók párhuzamos kapcsolásánál az eredő ellenállásra vonatkozó képlet egyszerűbb alakra is átírható:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

Vezetőképességgel felírva:

$$G_e = G_1 + G_2 + \dots + G_n.$$

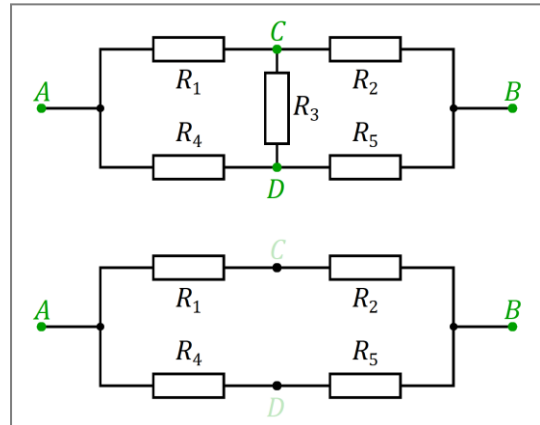
A párhuzamosan kapcsolt fogyasztók eredő vezetőképessége ugyanakkora, mint az egyes fogyasztók vezetőképességének összege.

Példa

Az ábra felső részén látható kapcsolásban $R_1 = 15\ \Omega$, $R_2 = 25\ \Omega$, $R_3 = 35\ \Omega$, $R_4 = 45\ \Omega$ és $R_5 = 75\ \Omega$. Határozzuk meg a rendszer A és B pontok közti eredő ellenállását!

Megoldás

Az eredő ellenállásra most levezetett képletek nem használhatók, mert az R_3 ellenállás nem is sorosan és nem is párhuzamosan kapcsolódik a többihez. A feladat a Kirchhoff-törvények alkalmazásával is megoldható lenne, de most az adatok speciális jellege miatt létezik egy egyszerűbb megoldás is.



Gondolatban távolítsuk el a problémát jelentő R_3 ellenállást a rendszerből! Az így kapott újabb rendszer kapcsolási rajza az ábra alsó részén látható. Ez lényegesen egyszerűbb: az R_1 és R_2 ellenállások, valamint az R_4 és R_5 ellenállások sorosan kapcsolódnak egymáshoz, és ez a két alrendszer párhuzamosan kapcsolódik az A és B pontokra.

A *Kiegészítések* 1. pontjában láttuk, hogy a sorosan kapcsolt ellenállásokon a feszültség egyenesen arányos az ellenállással. Ezt felhasználva a felső ágba:

$$\frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Behelyettesítve:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{15\ \Omega}{25\ \Omega} = \frac{3}{5}.$$

Ugyanígy az alsó ágba:

$$\frac{U_4}{R_4} = \frac{U_5}{R_5} \quad \Rightarrow \quad \frac{U_4}{U_5} = \frac{R_4}{R_5}.$$

Behelyettesítve:

$$\frac{U_4}{U_5} = \frac{R_4}{R_5} = \frac{45\ \Omega}{75\ \Omega} = \frac{3}{5}.$$

Eszerint az A és B pontok közti feszültség (U_{BA}) mindkét ágban ugyanolyan (3:5) arányban oszlik meg a két-két ellenálláson. Emiatt

$$U_1 = 3 \cdot \frac{U_{BA}}{8} \quad \text{és} \quad U_2 = 5 \cdot \frac{U_{BA}}{8},$$

illetve

$$U_4 = 3 \cdot \frac{U_{BA}}{8} \quad \text{és} \quad U_5 = 5 \cdot \frac{U_{BA}}{8}.$$

Ennek alapján a C és D pontoknak az A ponthoz viszonyított potenciálja:

$$U_C = U_{CA} = U_1 = 3 \cdot \frac{U_{BA}}{8},$$

$$U_D = U_{DA} = U_4 = 3 \cdot \frac{U_{BA}}{8}.$$

Eszerint a C és D pontok potenciálja megegyezik egymással, azaz a két pont között nincs feszültség. Ha tehát vezetővel összekötjük őket, vagy visszahelyezzük az R_3 ellenállást, akkor azon nem fog áram áthaladni, ezért az R_3 ellenállás eltávolítása vagy visszahelyezése az áramkörben semmiféle változást nem okoz. Elegendő tehát az ábra alsó részén látható, egyszerűbb rendszer eredő ellenállását meghatározni.

Az R_1 és R_2 ellenállások sorosan kapcsolódnak egymáshoz, így a felső ág ellenállása:

$$R_{12} = R_1 + R_2 = 15 \, \Omega + 25 \, \Omega = 40 \, \Omega.$$

Ugyanígy az R_4 és R_5 ellenállásokat tartalmazó alsó ág ellenállása:

$$R_{45} = R_4 + R_5 = 45 \, \Omega + 75 \, \Omega = 120 \, \Omega.$$

Ez a két ág párhuzamosan kapcsolódik az A és B pontokra, így az eredő ellenállás:

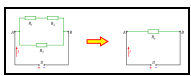
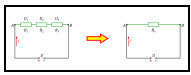
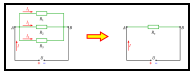
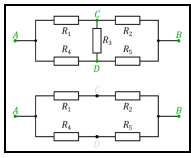
$$R_e = \frac{R_{12} \cdot R_{45}}{R_{12} + R_{45}} = \frac{40 \, \Omega \cdot 120 \, \Omega}{40 \, \Omega + 120 \, \Omega} = 30 \, \Omega.$$

Az A és B pontok közti ellenállás tehát $30 \, \Omega$.

Megjegyzés:

A megoldás alapján belátható, hogy ehhez hasonló, úgynevezett *hídkapcsolásban* a két ágot összekötő fogyasztón (áthidaló ellenálláson) akkor nincs feszültség, ha a két ágban az ellenállások aránya megegyezik egymással. (A példában ez az arány 3:5 volt.)

Képek jegyzéke

	Rajz az eredő ellenállás fogalmához © http://fizikakonyv.hu/rajzok/0458.svg
	Fogyasztók soros kapcsolása © http://fizikakonyv.hu/rajzok/0459.svg
	Fogyasztók párhuzamos kapcsolása © http://fizikakonyv.hu/rajzok/0460.svg
	Rajz a példához © http://fizikakonyv.hu/rajzok/0461.svg

Jelmagyarázat:

© **Jogvédelem** anyag, felhasználása csak a szerző (és az egyéb jogtulajdonosok) írásos engedélyével.

W A **Wikimedia Commons**-ból származó kép, felhasználása az eredeti kép leírásának megfelelően.